

**Програмові вимоги на екзамен
з теоретичного курсу «Математичний аналіз»
для студентів II курсу спеціальності «Програмна інженерія»**

1. Невизначений інтеграл. Властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів.
2. Найпростіші правила інтегрування. Заміна змінних у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Загальна формула інтегрування частинами.
3. Рекурентні формули для інтегралів $\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}$, $\int \sin^n x dx$, $\int \cos^n x dx$.
4. Прості дроби та їх інтегрування. Розклад правильних дробів на прості дроби. Метод невизначених коефіцієнтів.
5. Виділення раціональної частини інтеграла. Метод Остроградського.
6. Обчислення інтегралів:

$$\int R\left(x, \sqrt{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}\right) dx, \quad \int R\left(x, \left(\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}\right)^{\frac{p_1}{s_1}}, \left(\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}\right)^{\frac{p_2}{s_2}}, K, \left(\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}\right)^{\frac{p_n}{s_n}}\right) dx.$$

7. Інтегрування біноміальних диференціалів. Підстановки Чебишева. Теорема Чебишева.
8. Інтегрування виразів виду $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$. Підстановки Ейлера.
9. Обчислення інтегралів:

$$\int \frac{P(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx, \quad \int \frac{dx}{(x - \alpha)^k \sqrt{ax^2 + bx + c}}, \quad \int \frac{Mx + N}{(x^2 + px + q)^m \sqrt{ax^2 + bx + c}} dx.$$

10. Інтеграл, що містить диференціали $R(\sin x, \cos x) dx$. Інтегрування виразів $\sin^v x \cos^u x$. Різні випадки. Інтегрування диференціальних виразів $x^n e^{ax} \cos bx dx$, $x^n e^{ax} \sin bx dx$. Загальний випадок.
11. Означення і умови існування визначеного інтеграла. Суми Дарбу. Властивості сум Дарбу. Інтеграл Дарбу. Критерій існування визначеного інтеграла.
12. Класи інтегровних функцій. Властивості інтегровних функцій.
13. Властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Узагальнена теорема про середнє значення.
14. Визначений інтеграл як функція верхньої межі.
15. Інтегрування частинами визначеного інтеграла. Формула заміни змінних у визначеному інтегралі.
16. Обчислення довжини дуги кривої за допомогою визначеного інтеграла. Різні випадки.
17. Обчислення площ за допомогою інтеграла.
18. Обчислення об'єму за допомогою визначеного інтеграла.
19. Обчислення площі поверхні обертання. Різні випадки.

20. Обчислення статичних моментів і центра ваги дуги кривої. Перша теорема Гульдена. Знаходження статичних моментів і центра ваги плоскої фігури. Друга теорема Гульдена.
21. Визначення невластного інтеграла з нескінченними межами. Властивості невластних інтегралів. Ознаки збіжності невластних інтегралів. Критерій Больцано-Коші збіжності невластних інтегралів з нескінченними межами. Ознаки Абеля і Діріхле збіжності невластних інтегралів.
22. Невласні інтеграли від необмежених функцій. Ознаки збіжності.
23. Поняття ряду та його основні властивості. Критерій Коші. Необхідна умова збіжності ряду. Абсолютна збіжність ряду
24. Ряди з невід'ємними елементами. Ознаки порівняння рядів. Інтегральна ознака збіжності. Критерій збіжності узагальненого гармонійного ряду.
25. Ознаки збіжності рядів з елементами різних знаків (ознака Даламбера, Коші, ознака Раабе, ознака Лейбніца). Ознака Діріхле, ознака Абеля.
26. Властивості збіжних рядів. Теорема Діріхле, теорема Коші.
27. Поточкова та рівномірна збіжність функціональної послідовності.
28. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Ознака Вейерштраса, ознака Абеля, Діріхле рівномірної збіжності функціонального ряду. Властивості функціональних послідовностей і рядів.
29. Поняття степеневого ряду. Радіус збіжності, область збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля.
30. Ряд Тейлора. Зображення деяких елементарних функцій рядами Тейлора.
31. Функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних в точці. Різні означення. Повторні границі функції багатьох змінних. Теорема про рівність повторних та подвійної границі для функції двох змінних.
32. Неперервні функції багатьох змінних. Властивості неперервних функцій. Теорема про суперпозицію неперервних функцій.
33. Функції, неперервні в області. Перша теорема Больцано-Коші. Друга теорема Больцано-Коші. Перша та друга теорема Вейерштраса для функції двох змінних.
34. Поняття частинної похідної та частинних диференціалів функції багатьох змінних. Повний приріст функції. Теорема про повний приріст функції.
35. Означення диференційовної в точці функції. Повний диференціал функції. Похідні від складених функцій.
36. Формула скінченних приростів для функції багатьох змінних.
37. Похідна функції за напрямком. Градієнт функції. Інваріантність форми першого диференціала функції багатьох змінних.
38. Ортогональні системи функцій. Розклад функції в ряд Фур'є.
39. Випадок неперіодичної функції. Розклад функції в ряд Фур'є у випадку неперіодичної функції.
40. Розклад функції в ряд Фур'є у випадку довільного проміжка.
41. Розклад функції в ряд Фур'є за косинусами і за синусами.

